

חקירת פולינומים ופונקציות רציונליות

חקירת פולינומים ופונקציות רציונליות – שאלות 6-7 בשאלונים 471/481/804.

שאלון 804

שאלון 481

שאלון 471

בחוברת: תקציר תיאוריה ונוסחאות • 3 דוגמאות פתורות • 47 תרגילים מקוריים עם תשובות • 188 שאלות בגרות קודמות בנושא (קישורים).

1. תקציר תיאוריה ונוסחאות

שלבי חקירה

- 1. תחום הגדרה (מכנה $\neq 0$).
- 2. נקודות חיתוך עם הצירים.
- 3. אסימפטוטות: אנכית – היכן שהמכנה מתאפס (והמונה לא); אופקית – $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$.
- 4. נגזרת, נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה (טבלת סימנים).
- 5. (לפי הצורך) נגזרת שנייה, נקודות פיתול, קעירות.
- 6. סקיצה.

כללי גזירה

- $(f \pm g)' = f' \pm g'$, $(cf)' = cf'$, $(x^n)' = nx^{n-1}$.
- מכפלה: $(uv)' = u'v + uv'$; מנה: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$; שרשרת: $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$.

משיק ופונקציה קדומה

- משוואת משיק בנקודה x_0 : $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$. משיקים מקבילים – אותו שיפוע.
- אם נתונה $f'(x)$, אז $f(x) = \int f'(x)dx + C$, ואת C מוצאים מנקודה על הגרף.

טיפים

- בפונקציה עם פרמטר – כתבו את התשובות כביטויים בפרמטר ובדקו האם צריך להבחין בין מקרים (למשל $a > 0$ ו- $a < 0$).
- קשר בין גרפים: היכן ש- f' חיובית – f עולה; נקודת קיצון של f – אפס של f' עם החלפת סימן.

דוגמה 1 ★★☆☆

נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 5$

- מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
- מצאו את תחומי העלייה והירידה.
- מצאו את נקודת הפיתול.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

פתרון:

$$1. f'(x) = -x^2 + 3x = -x(x - 3)$$

$$2. f'(x) = 0 \text{ עבור } x = 0 \text{ ו- } x = 3$$

3. נקודות קיצון: (0, 5) מינימום, $(3, \frac{19}{2})$ מקסימום.

4. עלייה: $0 < x < 3$; ירידה: $x < 0$ או $x > 3$.

$$5. f''(x) = 3 - 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}; \text{ נקודת פיתול } (\frac{3}{2}, \frac{29}{4})$$

תשובה: א. (0, 5) מינימום, $(3, \frac{19}{2})$ מקסימום; ב. עלייה: $0 < x < 3$; ירידה: $x < 0$ או $x > 3$; ג. $(\frac{3}{2}, \frac{29}{4})$; ד. סקיצה

דוגמה 2 ★★☆☆

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2+16}{x}$

- מצאו את תחום ההגדרה.
- מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
- מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
- שרטטו סקיצה.

פתרון:

1. תחום: כל x פרט ל- $x = 0$.

2. אסימפטוטה אנכית: $x = 0$; אופקית: אין אסימפטוטה אופקית (גבול ב- $\pm\infty$).

$$3. f'(x) = \frac{(x-4)(x+4)}{x^2}$$

4. נקודות קיצון: (-4, -8) מקסימום, (4, 8) מינימום.

תשובה: א. כל x פרט ל- $x = 0$; ב. $x = 0$; אין אסימפטוטה אופקית; ג. (-4, -8) מקסימום, (4, 8) מינימום; ד. סקיצה

דוגמה 3☆☆☆

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x$, כאשר a פרמטר. לפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x = 3$.
א. מצאו את a .
ב. הציבו את a ומצאו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

פתרון:

1. $f'(x) = 3x^2 + 2ax + 3$

2. $f'(3) = 0 \Rightarrow a = -5$

3. עם $a = -5$: $f'(x) = (x-3)(3x-1)$

4. נקודות קיצון: $(\frac{1}{3}, \frac{13}{27})$ מקסימום, $(3, -9)$ מינימום.

תשובה: א. $a = -5$; ב. $(\frac{1}{3}, \frac{13}{27})$ מקסימום, $(3, -9)$ מינימום

3. תרגילים

רמת קושי: ★ בסיסי • ★★ בינוני • ★★★ מתקדם. התשובות הסופיות בסוף החוברת; פתרון מלא ורמזים לכל תרגיל זמינים באתר.

תרגיל 1☆☆☆ (T11-004)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + 3x^2 + x - 2$.
א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 2$.
ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 2☆☆☆ (T11-005)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = -3x^2 - 3x$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(-1, -1)$.
א. מצאו את $f(x)$.
ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 3☆☆☆ (T11-006)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + \frac{21x^2}{2} + 36x + 3$.
א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
ג. מצאו את נקודת הפיתול.
ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 4☆☆☆ (T11-007)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(x-4)^2}{x-1}$.
א. מצאו את תחום ההגדרה.
ב. מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
ג. מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
ד. שרטטו סקיצה.

תרגיל 5 ★★☆☆ (T11-008)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 2$, כאשר a פרמטר. לפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x = -1$.
 א. מצאו את a .
 ב. הציבו את a ומצאו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

תרגיל 6 ★★☆☆ (T11-009)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x - 1$.
 א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$.
 ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 7 ★★☆☆ (T11-010)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = x^2 - 2x - 8$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(0, 0)$.
 א. מצאו את $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 8 ★★☆☆ (T11-011)

נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x$.
 א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
 ג. מצאו את נקודת הפיתול.
 ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 9 ★★☆☆ (T11-012)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2+4}{x}$.
 א. מצאו את תחום ההגדרה.
 ב. מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
 ג. מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
 ד. שרטטו סקיצה.

תרגיל 10 ★★☆☆ (T11-013)

נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 2x^2 + 4x + 3$.
 א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -2$.
 ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 11 ★★☆☆ (T11-014)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = -3x^2 + 21x - 36$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(-2, -5)$.
 א. מצאו את $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 12 ★★☆☆ (T11-015)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + \frac{9x^2}{2} + 6x - 4$.

- מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
- מצאו את תחומי העלייה והירידה.
- מצאו את נקודת הפיתול.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 13 ★★☆☆ (T11-016)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4x}{x^2+9}$.

- מצאו את תחום ההגדרה.
- מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
- מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
- שרטטו סקיצה.

תרגיל 14 ★★☆☆ (T11-017)

נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 2x + 1$.

- מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -1$.
- מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 15 ★★☆☆ (T11-018)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = 3x^2 - 3x$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(-2, -1)$.

- מצאו את $f(x)$.
- מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 16 ★★☆☆ (T11-019)

נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 + \frac{3x^2}{2} + 36x - 1$.

- מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
- מצאו את תחומי העלייה והירידה.
- מצאו את נקודת הפיתול.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 17 ★★☆☆ (T11-020)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3x}{x^2+9}$.

- מצאו את תחום ההגדרה.
- מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
- מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
- שרטטו סקיצה.

תרגיל 18 ★★☆☆ (T11-021)

נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 2$.

- מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 0$.
- מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 19 ★★☆☆ (T11-022)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = -3x^2 + 21x - 36$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(0, 1)$.
 א. מצאו את $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 20 ★★☆☆ (T11-023)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 5$.
 א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
 ג. מצאו את נקודת הפיתול.
 ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 21 ★★☆☆ (T11-024)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3x}{x^2+4}$.
 א. מצאו את תחום ההגדרה.
 ב. מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
 ג. מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
 ד. שרטטו סקיצה.

תרגיל 22 ★★☆☆ (T11-025)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 1$.
 א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -1$.
 ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 23 ★★☆☆ (T11-026)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = x^2 - 3x + 2$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(-1, 5)$.
 א. מצאו את $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 24 ★★☆☆ (T11-027)

נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 18x^2 + 48x - 1$.
 א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
 ג. מצאו את נקודת הפיתול.
 ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 25 ★★☆☆ (T11-028)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4x}{x^2+4}$.
 א. מצאו את תחום ההגדרה.
 ב. מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
 ג. מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
 ד. שרטטו סקיצה.

תרגיל 26 ★★☆☆ (T11-029)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x$, כאשר a פרמטר. לפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x = 2$.
 א. מצאו את a .
 ב. הציבו את a ומצאו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

תרגיל 27 ★★☆☆ (T11-030)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 3$.
 א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -2$.
 ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 28 ★★☆☆ (T11-031)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = 3x^2 - 9x$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(-2, 3)$.
 א. מצאו את $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 29 ★★☆☆ (T11-032)

נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 72x - 3$.
 א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
 ג. מצאו את נקודת הפיתול.
 ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 30 ★★☆☆ (T11-033)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 2$, כאשר a פרמטר. לפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x = 2$.
 א. מצאו את a .
 ב. הציבו את a ומצאו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

תרגיל 31 ★★☆☆ (T11-034)

נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^3 - x^2 + 4x - 3$.
 א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -2$.
 ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 32 ★★☆☆ (T11-035)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = -3x^2 - 3x$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(1, 0)$.
 א. מצאו את $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 33 ★☆☆ (T11-036)

- נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 2$.
- א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
- ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
- ג. מצאו את נקודת הפיתול.
- ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 34 ★☆☆ (T11-037)

- נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 - x^2 - 4x + 1$.
- א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$.
- ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 35 ★☆☆ (T11-038)

- הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = x^2 + x - 2$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(1, 0)$.
- א. מצאו את $f(x)$.
- ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 36 ★☆☆ (T11-039)

- נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{7x^2}{2} + 12x - 4$.
- א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
- ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
- ג. מצאו את נקודת הפיתול.
- ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 37 ★☆☆ (T11-040)

- נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(x+2)^2}{x+1}$.
- א. מצאו את תחום ההגדרה.
- ב. מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
- ג. מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
- ד. שרטטו סקיצה.

תרגיל 38 ★☆☆ (T11-041)

- נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + x^2 - x - 3$.
- א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 0$.
- ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 39 ★☆☆ (T11-042)

- הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = x^2 - 5x + 6$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(1, -4)$.
- א. מצאו את $f(x)$.
- ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 40 ★★☆☆ (T11-043)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 12x$.

- מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
- מצאו את תחומי העלייה והירידה.
- מצאו את נקודת הפיתול.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 41 ★★☆☆ (T11-044)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2+9}{x}$.

- מצאו את תחום ההגדרה.
- מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
- מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
- שרטטו סקיצה.

תרגיל 42 ★★☆☆ (T11-045)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 2$, כאשר a פרמטר. לפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x = 1$.

- מצאו את a .
- הציבו את a ומצאו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

תרגיל 43 ★★☆☆ (T11-046)

נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 - 2x^2 + 3x + 1$.

- מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 2$.
- מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 44 ★★☆☆ (T11-047)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = 3x^2 + 15x + 18$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(-2, 2)$.

- מצאו את $f(x)$.
- מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 45 ★★☆☆ (T11-048)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 5$.

- מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
- מצאו את תחומי העלייה והירידה.
- מצאו את נקודת הפיתול.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 46 ★★☆☆ (T11-049)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$.

- מצאו את תחום ההגדרה.
- מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
- מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
- שרטטו סקיצה.

נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 - 2x^2 + 2x$.

א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -2$.

ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

4. תשובות סופיות לתרגילים

1. א. $y = 25x - 30$; ב. $(-4, -22)$

2. א. $f(x) = -x^3 - \frac{3x^2}{2} - \frac{1}{2}$; ב. $(-1, -1)$ מינימום, $(0, -\frac{1}{2})$ מקסימום

3. א. $(-4, -37)$ מקסימום, $(-3, -\frac{75}{2})$ מינימום; ב. עלייה: $x < -4$ או $x > -3$; ירידה: $-4 < x < -3$; ג. $(-\frac{7}{2}, -\frac{149}{4})$; ד. סקיצה

4. א. כל x פרט ל- $x = 1$; ב. $x = 1$; אין אסימפטוטה אופקית; ג. $(-2, -12)$ מקסימום, $(4, 0)$ מינימום; ד. סקיצה

5. א. $a = -\frac{1}{2}$; ב. $(-1, \frac{5}{2})$ מקסימום, $(0, 2)$ מינימום

6. א. $y = -4x - 1$; ב. $(\frac{1}{3}, -\frac{59}{27})$

7. א. $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 8x$; ב. $(-2, \frac{28}{3})$ מקסימום, $(4, -\frac{80}{3})$ מינימום

8. א. $(-1, -\frac{7}{6})$ מינימום, $(2, \frac{10}{3})$ מקסימום; ב. עלייה: $-1 < x < 2$; ירידה: $x < -1$ או $x > 2$; ג. $(\frac{1}{2}, \frac{13}{12})$; ד. סקיצה

9. א. כל x פרט ל- $x = 0$; ב. $x = 0$; אין אסימפטוטה אופקית; ג. $(-2, -4)$ מקסימום, $(2, 4)$ מינימום; ד. סקיצה

10. א. $y = 36x + 43$; ב. $(\frac{8}{3}, \frac{1009}{27})$

11. א. $f(x) = -x^3 + \frac{21x^2}{2} - 36x - 127$; ב. $(3, -\frac{335}{2})$ מינימום, $(4, -167)$ מקסימום

12. א. $(-2, -6)$ מקסימום, $(-1, -\frac{13}{2})$ מינימום; ב. עלייה: $x < -2$ או $x > -1$; ירידה: $-2 < x < -1$; ג. $(-\frac{3}{2}, -\frac{25}{4})$; ד. סקיצה

13. א. כל x ; ב. אין אסימפטוטה אנכית; $y = 0$; ג. $(-3, -\frac{2}{3})$ מינימום, $(3, \frac{2}{3})$ מקסימום; ד. סקיצה

14. א. $y = 4x + 5$; ב. $(1, 1)$

15. א. $f(x) = x^3 - \frac{3x^2}{2} + 13$; ב. $(0, 13)$ מקסימום, $(1, \frac{25}{2})$ מינימום

16. א. $(-3, -\frac{137}{2})$ מינימום, $(4, 103)$ מקסימום; ב. עלייה: $-3 < x < 4$; ירידה: $x < -3$ או $x > 4$; ג. $(\frac{1}{2}, \frac{69}{4})$; ד. סקיצה

17. א. כל x ; ב. אין אסימפטוטה אנכית; $y = 0$; ג. $(-3, -\frac{1}{2})$ מינימום, $(3, \frac{1}{2})$ מקסימום; ד. סקיצה

18. א. $y = 2 - 3x$; ב. $(-\frac{1}{3}, \frac{82}{27})$

19. א. $f(x) = -x^3 + \frac{21x^2}{2} - 36x + 1$; ב. $(3, -\frac{79}{2})$ מינימום, $(4, -39)$ מקסימום

20. א. $(1, -\frac{11}{3})$ מקסימום, $(3, -5)$ מינימום; ב. עלייה: $x < 1$ או $x > 3$; ירידה: $1 < x < 3$; ג. $(2, -\frac{13}{3})$; ד. סקיצה

21. א. כל x ; ב. אין אסימפטוטה אנכית; $y = 0$; ג. $(-2, -\frac{3}{4})$ מינימום, $(2, \frac{3}{4})$ מקסימום; ד. סקיצה

22. א. $y = -4x - 2$; ב. אין

23. א. $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x + \frac{53}{6}$; ב. $(1, \frac{29}{3})$ מקסימום, $(2, \frac{19}{2})$ מינימום

24. א. $(2, 39)$ מקסימום, $(4, 31)$ מינימום; ב. עלייה: $x < 2$ או $x > 4$; ירידה: $2 < x < 4$; ג. $(3, 35)$; ד. סקיצה

25. א. כל x ; ב. אין אסימפטוטה אנכית; $y = 0$; ג. $(-2, -1)$ מינימום, $(2, 1)$ מקסימום; ד. סקיצה

26. א. $a = -\frac{15}{4}$; ב. $(\frac{1}{2}, \frac{11}{16})$ מקסימום, $(2, -1)$ מינימום

27. א. $y = x + 5$; ב. $(\frac{2}{3}, -\frac{103}{27})$

28. א. $f(x) = x^3 - \frac{9x^2}{2} + 29$; ב. $(0, 29)$ מקסימום, $(3, \frac{31}{2})$ מינימום

29. א. $(-3, 132)$ מקסימום, $(4, -211)$ מינימום; ב. עלייה: $x < -3$ או $x > 4$; ירידה: $-3 < x < 4$; ג. $(\frac{1}{2}, -\frac{79}{2})$; ד. סקיצה

30. א. $a = 1$; ב. $(0, 2)$ מקסימום, $(2, -2)$ מינימום

31. א. $y = 32x + 33$; ב. $(\frac{7}{3}, \frac{710}{27})$

32. א. $f(x) = -x^3 - \frac{3x^2}{2} + \frac{5}{2}$; ב. $(-1, 2)$ מינימום, $(0, \frac{5}{2})$ מקסימום

- 33. א.** $(-3, 83)$ מקסימום, $(2, -42)$ מינימום; ב. עלייה: $x < -3$ או $x > 2$; ירידה: $-3 < x < 2$; ג. $(-\frac{1}{2}, \frac{41}{2})$; ד. סקיצה
- 34. א.** $y = 4 - 9x$; ב. $(-\frac{5}{3}, \frac{257}{27})$
- 35. א.** $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x + \frac{7}{6}$; ב. $(-2, \frac{9}{2})$ מקסימום, $(1, 0)$ מינימום
- 36. א.** $(-4, -\frac{52}{3})$ מקסימום, $(-3, -\frac{35}{2})$ מינימום; ב. עלייה: $x < -4$ או $x > -3$; ירידה: $-4 < x < -3$; ג. $(-\frac{7}{2}, -\frac{209}{12})$; ד. סקיצה
- 37. א.** כל x פרט ל- $x = -1$; ב. $x = -1$; אין אסימפטוטה אופקית; ג. $(-2, 0)$ מקסימום, $(0, 4)$ מינימום; ד. סקיצה
- 38. א.** $y = -x - 3$; ב. $(-\frac{2}{3}, -\frac{59}{27})$
- 39. א.** $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 6x - \frac{47}{6}$; ב. $(2, -\frac{19}{6})$ מקסימום, $(3, -\frac{10}{3})$ מינימום
- 40. א.** $(-3, \frac{45}{2})$ מקסימום, $(4, -\frac{104}{3})$ מינימום; ב. עלייה: $x < -3$ או $x > 4$; ירידה: $-3 < x < 4$; ג. $(\frac{1}{2}, -\frac{73}{12})$; ד. סקיצה
- 41. א.** כל x פרט ל- $x = 0$; ב. $x = 0$; אין אסימפטוטה אופקית; ג. $(-3, -6)$ מקסימום, $(3, 6)$ מינימום; ד. סקיצה
- 42. א.** $a = \frac{1}{2}$; ב. $(0, 2)$ מקסימום, $(1, \frac{3}{2})$ מינימום
- 43. א.** $y = 25 - 17x$; ב. $(-\frac{10}{3}, \frac{157}{27})$
- 44. א.** $f(x) = x^3 + \frac{15x^2}{2} + 18x + 16$; ב. $(-3, \frac{5}{2})$ מקסימום, $(-2, 2)$ מינימום
- 45. א.** $(0, 5)$ מקסימום, $(3, \frac{1}{2})$ מינימום; ב. עלייה: $x < 0$ או $x > 3$; ירידה: $0 < x < 3$; ג. $(\frac{3}{2}, \frac{11}{4})$; ד. סקיצה
- 46. א.** כל x ; ב. אין אסימפטוטה אנכית; $y = 0$; ג. $(-1, -1)$ מינימום, $(1, 1)$ מקסימום; ד. סקיצה
- 47. א.** $y = -2x - 8$; ב. $(\frac{2}{3}, \frac{4}{27})$

5. שאלות בגרות קודמות בנושא (188)

הקישורים מובילים לקובץ הבחינה הרשמי במאגר משרד החינוך (או לעותק ציבורי כשהקובץ אינו במאגר) ולסרטון פתרון ביוטיוב. השאלות עצמן אינן מועתקות לחוברת. "ראשי" = הנושא המרכזי של השאלה; "משני" = סעיף או רכיב בשאלה.

שנה	מועד	שאלון	שאלה	סוג	בחינה	סרטון פתרון
2026	קיץ מועד א	471	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	קיץ מועד א	471	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	קיץ מועד א	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	–
2026	קיץ מועד ב	471	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	קיץ מועד ב	471	7	ראשי	PDF (רשמי)	–
2026	קיץ מועד ב	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	קיץ מועד ב	481	7	ראשי	PDF (רשמי)	–
2026	חורף	471	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	חורף	471	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	חורף	471	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	חורף	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	חורף	481	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	חורף	481	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	קיץ מועד א	471	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	קיץ מועד א	471	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	קיץ מועד א	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	קיץ מועד ב	471	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	קיץ מועד ב	471	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי

2025	קיץ מועד ב	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	חורף	471	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	חורף	471	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	חורף	471	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	חורף	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	חורף	481	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	חורף	481	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	קיץ מועד א	471	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	קיץ מועד א	471	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	קיץ מועד א	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	קיץ מועד א	481	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	קיץ מועד ב	471	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	קיץ מועד ב	471	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	קיץ מועד ב	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	קיץ מועד ב	481	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	חורף	471	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	חורף	471	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	חורף	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	חורף	481	7	משני	PDF (רשמי)	Racheli Yanchuk רחלי
2023	קיץ מועד מיוחד	471	6	ראשי	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד מיוחד	471	7	משני	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד מיוחד	481	6	ראשי	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד מיוחד	481	7	משני	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד א	471	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד א	471	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד א	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד א	481	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד ב	471	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד ב	471	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד ב	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד ב	481	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	חורף	471	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	חורף	471	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	חורף	471	8	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	חורף	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	חורף	481	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד א	471	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד א	471	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי

2022	קיץ מועד א	471	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד א	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד א	481	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד ב	471	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד ב	471	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד ב	471	8	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד ב	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד ב	481	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף	471	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף	471	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף	481	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף נבצרים	471	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף נבצרים	471	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף נבצרים	471	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף נבצרים	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף נבצרים	481	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	קיץ מועד מיוחד	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	קיץ מועד מיוחד	481	7	משני	PDF (רשמי)	–
2021	קיץ מועד מיוחד	481 (ניסוי)	6	ראשי	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2021	קיץ מועד מיוחד	481 (ניסוי)	7	ראשי	PDF (עותק)	–
2021	קיץ מועד א	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	קיץ מועד א	481	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	קיץ מועד א	481 (ניסוי)	6	משני	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2021	קיץ מועד א	481 (ניסוי)	7	משני	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2021	קיץ מועד ב	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	קיץ מועד ב	481	7	ראשי	PDF (רשמי)	–
2021	קיץ מועד ב	481 (ניסוי)	6	ראשי	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2021	קיץ מועד ב	481 (ניסוי)	7	ראשי	PDF (עותק)	–
2021	חורף	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	חורף	481	8	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	חורף	481 (ניסוי)	6	ראשי	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2021	חורף	481 (ניסוי)	7	ראשי	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2021	חורף	481 (ניסוי)	8	משני	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2021	חורף מאוחר	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	חורף מאוחר	481	7	ראשי	PDF (רשמי)	–
2021	חורף נבצרים	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	חורף נבצרים	481	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי

2020	קיץ מועד א	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2020	קיץ מועד א	481	7	משני	PDF (רשמי)	–
2020	קיץ מועד א	481 (ניסוי)	6	משני	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2020	קיץ מועד א	481 (ניסוי)	7	משני	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2020	קיץ מועד א	481 (ניסוי)	8	ראשי	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2020	קיץ מועד ב	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2020	קיץ מועד ב	481	7	ראשי	PDF (רשמי)	HighGrades
2020	קיץ מועד ב	481 (ניסוי)	6	משני	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2020	קיץ מועד ב	481 (ניסוי)	7	משני	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2020	קיץ מועד ב	481 (ניסוי)	8	ראשי	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2020	חורף	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2020	חורף	481	7	ראשי	PDF (רשמי)	מתמטיקס
2019	קיץ מועד א	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2019	קיץ מועד א	481	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2019	קיץ מועד ב	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2019	קיץ מועד ב	481	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2019	חורף	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	–
2019	חורף	481	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2018	קיץ מועד א	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2018	קיץ מועד א	481	7	משני	PDF (רשמי)	HighGrades
2018	קיץ מועד ב	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2018	קיץ מועד ב	481	7	ראשי	PDF (רשמי)	–
2018	חורף	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2018	חורף	481	7	ראשי	PDF (רשמי)	Eitan Yona
2018	חורף	804	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2018	חורף	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	Eitan Yona
2017	קיץ מועד א	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2017	קיץ מועד א	481	7	ראשי	PDF (רשמי)	HighGrades
2017	קיץ מועד א	804	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2017	קיץ מועד א	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	HighGrades
2017	קיץ מועד ב	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2017	קיץ מועד ב	481	7	ראשי	PDF (רשמי)	–
2017	קיץ מועד ב	804	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2017	קיץ מועד ב	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	–
2017	חורף	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2017	חורף	481	7	ראשי	PDF (רשמי)	VouMATH
2017	חורף	804	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2017	חורף	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	VouMATH

2016	קיץ מועד א	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2016	קיץ מועד א	481	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2016	קיץ מועד א	804	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2016	קיץ מועד א	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2016	קיץ מועד ב	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	–
2016	קיץ מועד ב	481	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2016	קיץ מועד ב	481	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2016	קיץ מועד ב	804	6	ראשי	PDF (רשמי)	–
2016	קיץ מועד ב	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2016	חורף	481	6	ראשי	PDF (רשמי)	–
2016	חורף	481	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2016	חורף	804	6	ראשי	PDF (רשמי)	–
2016	חורף	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2015	קיץ מועד א	804	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2015	קיץ מועד א	804	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2015	קיץ מועד א	804	8	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2015	קיץ מועד ב	804	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2015	קיץ מועד ב	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2015	חורף	804	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2015	חורף	804	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2014	קיץ מועד א	804	6	משני	PDF (רשמי)	Meitareialev Meitareia
2014	קיץ מועד א	804	7	משני	PDF (רשמי)	Meitareialev Meitareia
2014	קיץ מועד ב	804	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2014	קיץ מועד ב	804	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2014	קיץ מועד ג	804	6	ראשי	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2014	קיץ מועד ג	804	7	ראשי	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2014	חורף	804	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2014	חורף	804	9	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2013	קיץ מועד א	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	דני בן יצחק - המורה הפ
2013	קיץ מועד א	804	8	משני	PDF (רשמי)	MY.GEVA - אתר פתרונות
2013	קיץ מועד א	804	9	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2013	קיץ מועד ב	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	BagrutOnlineil
2013	קיץ מועד ב	804	8	ראשי	PDF (רשמי)	–
2013	חורף	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	–
2013	חורף	804	8	ראשי	PDF (רשמי)	–
2012	קיץ מועד א	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	ani10 אני10
2012	קיץ מועד א	804	8	ראשי	PDF (רשמי)	ani10 אני10
2012	קיץ מועד ב	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	דני בן יצחק - המורה הפ

2012	קיץ מועד ב	804	9	ראשי	PDF (רשמי)	דני בן יצחק - המורה הפ
2012	חורף	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	–
2012	חורף	804	9	ראשי	PDF (רשמי)	–
2011	קיץ מועד א	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	nerdsmath
2011	קיץ מועד א	804	8	ראשי	PDF (רשמי)	nerdsmath
2011	קיץ מועד ב	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	My Math
2011	קיץ מועד ב	804	8	ראשי	PDF (רשמי)	My Math
2011	קיץ מועד ב	804	9	ראשי	PDF (רשמי)	–
2011	חורף	804	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2011	חורף	804	8	ראשי	PDF (רשמי)	My Math
2010	קיץ מועד א	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	Ori Mosenzon
2010	קיץ מועד א	804	8	ראשי	PDF (רשמי)	Ori Mosenzon
2010	קיץ מועד א	804	9	ראשי	PDF (רשמי)	Ori Mosenzon
2010	קיץ מועד ב	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	–
2010	קיץ מועד ב	804	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2010	קיץ מועד ב	804	9	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2010	חורף	804	7	ראשי	PDF (רשמי)	–
2010	חורף	804	8	ראשי	PDF (רשמי)	–

התרגילים בחוברת מקוריים (נוצרו בהשראת סגנון הבגרות ואינם העתקה של שאלות משרד החינוך), וכל תשובה נבדקה אוטומטית ב־sympy. סרטוני הפתרון שייכים ליוצריהם ומקושרים בלבד.