

חקירת פולינומים ופונקציות רציונליות

חקירת פולינומים ופונקציות רציונליות – הפרק השלישי של השאלון הראשון.

שאלון 806

שאלון 581

שאלון 571

בחוברת: תקציר תיאוריה ונוסחאות • 3 דוגמאות פתורות • 47 תרגילים מקוריים עם תשובות • 186 שאלות בגרות קודמות בנושא (קישורים).

1. תקציר תיאוריה ונוסחאות

שלבי חקירה

- 1. תחום הגדרה (מכנה $\neq 0$).
- 2. נקודות חיתוך עם הצירים.
- 3. אסימפטוטות: אנכית – היכן שהמכנה מתאפס (והמונה לא); אופקית – $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$.
- 4. נגזרת, נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה (טבלת סימנים).
- 5. (לפי הצורך) נגזרת שנייה, נקודות פיתול, קעירות.
- 6. סקיצה.

כללי גזירה

- $(f \pm g)' = f' \pm g'$, $(cf)' = cf'$, $(x^n)' = nx^{n-1}$.
- מכפלה: $(uv)' = u'v + uv'$; מנה: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$; שרשרת: $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$.

משיק ופונקציה קדומה

- משוואת משיק בנקודה x_0 : $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$. משיקים מקבילים – אותו שיפוע.
- אם נתונה $f'(x)$, אז $f(x) = \int f'(x)dx + C$, ואת C מוצאים מנקודה על הגרף.

טיפים

- בפונקציה עם פרמטר – כתבו את התשובות כביטויים בפרמטר ובדקו האם צריך להבחין בין מקרים (למשל $a > 0$ ו- $a < 0$).
- קשר בין גרפים: היכן ש- f' חיובית – f עולה; נקודת קיצון של f – אפס של f' עם החלפת סימן.

דוגמה 1 ★★☆☆

נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 + \frac{21x^2}{2} - 36x - 3$.

- מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
- מצאו את תחומי העלייה והירידה.
- מצאו את נקודת הפיתול.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

פתרון:

$$1. f'(x) = -3x^2 + 21x - 36 = -3(x-4)(x-3).$$

$$2. f'(x) = 0 \text{ עבור } x = 3 \text{ ו-} x = 4.$$

3. נקודות קיצון: $(3, -\frac{87}{2})$ מינימום, $(4, -43)$ מקסימום.

4. עלייה: $3 < x < 4$; ירידה: $x < 3$ או $x > 4$.

$$5. f''(x) = 3(7-2x) = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{2}; \text{ נקודת פיתול } (\frac{7}{2}, -\frac{173}{4}).$$

תשובה: א. $(3, -\frac{87}{2})$ מינימום, $(4, -43)$ מקסימום; ב. עלייה: $3 < x < 4$; ירידה: $x < 3$ או $x > 4$; ג. $(\frac{7}{2}, -\frac{173}{4})$; ד. סקיצה

דוגמה 2 ★★☆☆

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2+16}{x}$.

- מצאו את תחום ההגדרה.
- מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
- מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
- שרטטו סקיצה.

פתרון:

1. תחום: כל x פרט ל- $x = 0$.

2. אסימפטוטה אנכית: $x = 0$; אופקית: אין אסימפטוטה אופקית (גבול ב- $\pm\infty$).

$$3. f'(x) = \frac{(x-4)(x+4)}{x^2}.$$

4. נקודות קיצון: $(-4, -8)$ מקסימום, $(4, 8)$ מינימום.

תשובה: א. כל x פרט ל- $x = 0$; ב. $x = 0$; אין אסימפטוטה אופקית; ג. $(-4, -8)$ מקסימום, $(4, 8)$ מינימום; ד. סקיצה

דוגמה 3 ★★ ★

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 2$, כאשר a פרמטר. לפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x = 2$.
א. מצאו את a .
ב. הציבו את a ומצאו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

פתרון:

1. $f'(x) = 3x^2 - 6ax$

2. $f'(2) = 0 \Rightarrow a = 1$

3. עם $a = 1$: $f'(x) = 3x(x - 2)$

4. נקודות קיצון: $(0, 2)$ מקסימום, $(2, -2)$ מינימום.

תשובה: א. $a = 1$; ב. $(0, 2)$ מקסימום, $(2, -2)$ מינימום

3. תרגילים

רמת קושי: ★ בסיסי • ★★ בינוני • ★★★ מתקדם. התשובות הסופיות בסוף החוברת; פתרון מלא ורמזים לכל תרגיל זמינים באתר.

תרגיל 1 ★★ ★ (T07-004)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$.
א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 0$.
ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 2 ★★ ★ (T07-005)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = x^2 - 7x + 12$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(2, 0)$.
א. מצאו את $f(x)$.
ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 3 ★★ ★ (T07-006)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + \frac{21x^2}{2} + 36x + 5$.
א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
ג. מצאו את נקודת הפיתול.
ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 4 ★★ ★ (T07-007)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4x}{x^2+4}$.
א. מצאו את תחום ההגדרה.
ב. מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
ג. מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
ד. שרטטו סקיצה.

תרגיל 5 ★★☆☆ (T07-008)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x$, כאשר a פרמטר. לפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x = 2$.
 א. מצאו את a .
 ב. הציבו את a ומצאו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

תרגיל 6 ★★☆☆ (T07-009)

נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 2$.
 א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 0$.
 ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 7 ★★☆☆ (T07-010)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = x^2 + x$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(-2, -2)$.
 א. מצאו את $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 8 ★★☆☆ (T07-011)

נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 4x - 5$.
 א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
 ג. מצאו את נקודת הפיתול.
 ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 9 ★★☆☆ (T07-012)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(x-4)^2}{x+1}$.
 א. מצאו את תחום ההגדרה.
 ב. מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
 ג. מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
 ד. שרטטו סקיצה.

תרגיל 10 ★★☆☆ (T07-013)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 2$, כאשר a פרמטר. לפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x = -2$.
 א. מצאו את a .
 ב. הציבו את a ומצאו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

תרגיל 11 ★★☆☆ (T07-014)

נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 - x^2 - x + 1$.
 א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -2$.
 ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 12 ★★☆☆ (T07-015)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = x^2 + x - 2$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(2, -1)$.
 א. מצאו את $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 13 ★★☆☆ (T07-016)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - \frac{3x^2}{2} - 2$.
 א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
 ג. מצאו את נקודת הפיתול.
 ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 14 ★★☆☆ (T07-017)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 2$, כאשר a פרמטר. לפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x = -1$.
 א. מצאו את a .
 ב. הציבו את a ומצאו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

תרגיל 15 ★★☆☆ (T07-018)

נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 2$.
 א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -1$.
 ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 16 ★★☆☆ (T07-019)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = -3x^2 - 3x + 18$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(-2, 3)$.
 א. מצאו את $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 17 ★★☆☆ (T07-020)

נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 96x - 3$.
 א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
 ג. מצאו את נקודת הפיתול.
 ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 18 ★★☆☆ (T07-021)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2+4}{x}$.
 א. מצאו את תחום ההגדרה.
 ב. מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
 ג. מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
 ד. שרטטו סקיצה.

תרגיל 19 ★★☆☆ (T07-022)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 2$, כאשר a פרמטר. לפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x = 3$.
 א. מצאו את a .
 ב. הציבו את a ומצאו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

תרגיל 20 ★★☆☆ (T07-023)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 2x + 3$.
 א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -1$.
 ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 21 ★★☆☆ (T07-024)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = -3x^2 + 12x - 9$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(0, -1)$.
 א. מצאו את $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 22 ★★☆☆ (T07-025)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 4x - 2$.
 א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
 ג. מצאו את נקודת הפיתול.
 ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 23 ★★☆☆ (T07-026)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{6x}{x^2+9}$.
 א. מצאו את תחום ההגדרה.
 ב. מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
 ג. מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
 ד. שרטטו סקיצה.

תרגיל 24 ★★☆☆ (T07-027)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x$, כאשר a פרמטר. לפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x = 3$.
 א. מצאו את a .
 ב. הציבו את a ומצאו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

תרגיל 25 ★★☆☆ (T07-028)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3x$.
 א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$.
 ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 26 ★★☆☆ (T07-029)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = x^2 - x$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(2, 4)$.
 א. מצאו את $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 27 ★★☆☆ (T07-030)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{7x^2}{2} + 12x - 1$.
 א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
 ג. מצאו את נקודת הפיתול.
 ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 28 ★★☆☆ (T07-031)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 3x^2$.
 א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 3$.
 ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 29 ★★☆☆ (T07-032)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = 3x^2 - 12$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(0, -2)$.
 א. מצאו את $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 30 ★★☆☆ (T07-033)

נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{x^3}{3} - \frac{7x^2}{2} - 12x + 1$.
 א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
 ג. מצאו את נקודת הפיתול.
 ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 31 ★★☆☆ (T07-034)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2+9}{x}$.
 א. מצאו את תחום ההגדרה.
 ב. מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
 ג. מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
 ד. שרטטו סקיצה.

תרגיל 32 ★★☆☆ (T07-035)

נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 - 3x^2 - x + 3$.
 א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 3$.
 ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 33 ★☆☆ (T07-036)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = 3x^2 - 21x + 36$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(2, -4)$.
 א. מצאו את $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 34 ★☆☆ (T07-037)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{7x^2}{2} + 12x + 2$.
 א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
 ג. מצאו את נקודת הפיתול.
 ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 35 ★☆☆ (T07-038)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$.
 א. מצאו את תחום ההגדרה.
 ב. מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
 ג. מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
 ד. שרטטו סקיצה.

תרגיל 36 ★☆☆ (T07-039)

נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 3x^2$.
 א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 0$.
 ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 37 ★☆☆ (T07-040)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = 3x^2 - 3x - 6$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(2, -2)$.
 א. מצאו את $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 38 ★☆☆ (T07-041)

נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 24x - 5$.
 א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
 ג. מצאו את נקודת הפיתול.
 ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 39 ★☆☆ (T07-042)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$.
 א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -1$.
 ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 40 ★☆☆ (T07-043)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = 12 - 3x^2$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(2, -2)$.
 א. מצאו את $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 41 ★☆☆ (T07-044)

נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x - 2$.
 א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
 ג. מצאו את נקודת הפיתול.
 ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 42 ★☆☆ (T07-045)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x - 2$.
 א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -1$.
 ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 43 ★☆☆ (T07-046)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = -3x^2 + 9x - 6$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(0, 5)$.
 א. מצאו את $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

תרגיל 44 ★☆☆ (T07-047)

נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x - 1$.
 א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
 ג. מצאו את נקודת הפיתול.
 ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל 45 ★☆☆ (T07-048)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + x^2 - 3x + 1$.
 א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$.
 ב. מצאו נקודה נוספת על הגרף שבה המשיק מקביל למשיק מסעיף א (אם יש כזו).

תרגיל 46 ★☆☆ (T07-049)

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = 12 - 3x^2$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(0, -2)$.
 א. מצאו את $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

- נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 12x + 1$.
- א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
- ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה.
- ג. מצאו את נקודת הפיתול.
- ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

4. תשובות סופיות לתרגילים

1. א. $y = 2 - x$; ב. $(\frac{2}{3}, \frac{32}{27})$
2. א. $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{7x^2}{2} + 12x - \frac{38}{3}$; ב. $(3, \frac{5}{6})$ מקסימום, $(4, \frac{2}{3})$ מינימום
3. א. $(-4, -35)$ מקסימום, $(-3, -\frac{71}{2})$ מינימום; ב. עלייה: $x < -4$ או $x > -3$; ירידה: $-4 < x < -3$; ג. $(-\frac{7}{2}, -\frac{141}{4})$; ד. סקיצה
4. א. כל x ; ב. אין אסימפטוטה אנכית; $y = 0$; ג. $(-2, -1)$ מינימום, $(2, 1)$ מקסימום; ד. סקיצה
5. א. $a = -\frac{15}{4}$; ב. $(\frac{1}{2}, \frac{11}{16})$ מקסימום, $(2, -1)$ מינימום
6. א. $y = 4x - 2$; ב. $(\frac{2}{3}, \frac{22}{27})$
7. א. $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - \frac{4}{3}$; ב. $(-1, -\frac{7}{6})$ מקסימום, $(0, -\frac{4}{3})$ מינימום
8. א. $(-1, -\frac{43}{6})$ מינימום, $(4, \frac{41}{3})$ מקסימום; ב. עלייה: $-1 < x < 4$; ירידה: $x < -1$ או $x > 4$; ג. $(\frac{3}{2}, \frac{13}{4})$; ד. סקיצה
9. א. כל x פרט ל- $x = -1$; ב. $x = -1$; אין אסימפטוטה אופקית; ג. $(-6, -20)$ מקסימום, $(4, 0)$ מינימום; ד. סקיצה
10. א. $a = -1$; ב. $(-2, 6)$ מקסימום, $(0, 2)$ מינימום
11. א. $y = -9x - 11$; ב. $(\frac{4}{3}, -\frac{121}{27})$
12. א. $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x - \frac{5}{3}$; ב. $(-2, \frac{5}{3})$ מקסימום, $(1, -\frac{17}{6})$ מינימום
13. א. $(0, -2)$ מקסימום, $(1, -\frac{5}{2})$ מינימום; ב. עלייה: $x < 0$ או $x > 1$; ירידה: $0 < x < 1$; ג. $(\frac{1}{2}, -\frac{9}{4})$; ד. סקיצה
14. א. $a = -\frac{1}{2}$; ב. $(-1, \frac{5}{2})$ מקסימום, $(0, 2)$ מינימום
15. א. $y = 11x + 7$; ב. $(\frac{4}{3}, \frac{242}{27})$
16. א. $f(x) = -x^3 - \frac{3x^2}{2} + 18x + 37$; ב. $(-3, -\frac{7}{2})$ מינימום, $(2, 59)$ מקסימום
17. א. $(-4, 253)$ מקסימום, $(4, -259)$ מינימום; ב. עלייה: $x < -4$ או $x > 4$; ירידה: $-4 < x < 4$; ג. $(0, -3)$; ד. סקיצה
18. א. כל x פרט ל- $x = 0$; ב. $x = 0$; אין אסימפטוטה אופקית; ג. $(-2, -4)$ מקסימום, $(2, 4)$ מינימום; ד. סקיצה
19. א. $a = \frac{3}{2}$; ב. $(0, 2)$ מקסימום, $(3, -\frac{23}{2})$ מינימום
20. א. $y = x + 5$; ב. $(1, 2)$
21. א. $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x - 1$; ב. $(1, -5)$ מינימום, $(3, -1)$ מקסימום
22. א. $(-1, \frac{1}{6})$ מקסימום, $(4, -\frac{62}{3})$ מינימום; ב. עלייה: $x < -1$ או $x > 4$; ירידה: $-1 < x < 4$; ג. $(\frac{3}{2}, -\frac{41}{4})$; ד. סקיצה
23. א. כל x ; ב. אין אסימפטוטה אנכית; $y = 0$; ג. $(-3, -1)$ מינימום, $(3, 1)$ מקסימום; ד. סקיצה
24. א. $a = -5$; ב. $(\frac{1}{3}, \frac{13}{27})$ מקסימום, $(3, -9)$ מינימום
25. א. $y = 6x - 5$; ב. $(-3, 9)$
26. א. $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + \frac{10}{3}$; ב. $(0, \frac{10}{3})$ מקסימום, $(1, \frac{19}{6})$ מינימום
27. א. $(-4, -\frac{43}{3})$ מקסימום, $(-3, -\frac{29}{2})$ מינימום; ב. עלייה: $x < -4$ או $x > -3$; ירידה: $-4 < x < -3$; ג. $(-\frac{7}{2}, -\frac{173}{12})$; ד. סקיצה
28. א. $y = 9x - 27$; ב. $(-1, -4)$
29. א. $f(x) = x^3 - 12x - 2$; ב. $(-2, 14)$ מקסימום, $(2, -18)$ מינימום
30. א. $(-4, \frac{43}{3})$ מינימום, $(-3, \frac{29}{2})$ מקסימום; ב. עלייה: $-4 < x < -3$; ירידה: $x < -4$ או $x > -3$; ג. $(-\frac{7}{2}, \frac{173}{12})$; ד. סקיצה

- 31.** א. כל x פרט ל- $x = 0$; ב. $x = 0$; ג. $(-3, -6)$ מקסימום, $(3, 6)$ מינימום; ד. סקיצה
- 32.** א. $y = 84 - 46x$; ב. $(-5, 58)$
- 33.** א. $f(x) = x^3 - \frac{21x^2}{2} + 36x - 42$; ב. $(3, -\frac{3}{2})$ מקסימום, $(4, -2)$ מינימום
- 34.** א. $(-4, -\frac{34}{3})$ מקסימום, $(-3, -\frac{23}{2})$ מינימום; ב. עלייה: $x < -4$ או $x > -3$; ירידה: $-4 < x < -3$; ג. $(-\frac{7}{2}, -\frac{137}{12})$; ד. סקיצה
- 35.** א. כל x ; ב. אין אסימפטוטה אנכית; $y = 0$; ג. $(-1, -1)$ מינימום, $(1, 1)$ מקסימום; ד. סקיצה
- 36.** א. $y = 0$; ב. $(1, -1)$
- 37.** א. $f(x) = x^3 - \frac{3x^2}{2} - 6x + 8$; ב. $(-1, \frac{23}{2})$ מקסימום, $(2, -2)$ מינימום
- 38.** א. $(-2, 27)$ מקסימום, $(2, -37)$ מינימום; ב. עלייה: $x < -2$ או $x > 2$; ירידה: $-2 < x < 2$; ג. $(0, -5)$; ד. סקיצה
- 39.** א. $y = 12x + 5$; ב. $(3, 9)$
- 40.** א. $f(x) = -x^3 + 12x - 18$; ב. $(-2, -34)$ מינימום, $(2, -2)$ מקסימום
- 41.** א. $(1, -\frac{10}{3})$ מינימום, $(3, -2)$ מקסימום; ב. עלייה: $1 < x < 3$; ירידה: $x < 1$ או $x > 3$; ג. $(2, -\frac{8}{3})$; ד. סקיצה
- 42.** א. $y = -x - 3$; ב. אין
- 43.** א. $f(x) = -x^3 + \frac{9x^2}{2} - 6x + 5$; ב. $(1, \frac{5}{2})$ מינימום, $(2, 3)$ מקסימום
- 44.** א. $(-2, -\frac{13}{3})$ מינימום, $(1, \frac{1}{6})$ מקסימום; ב. עלייה: $-2 < x < 1$; ירידה: $x < -2$ או $x > 1$; ג. $(-\frac{1}{2}, -\frac{25}{12})$; ד. סקיצה
- 45.** א. $y = 2x - 2$; ב. $(-\frac{5}{3}, \frac{112}{27})$
- 46.** א. $f(x) = -x^3 + 12x - 2$; ב. $(-2, -18)$ מינימום, $(2, 14)$ מקסימום
- 47.** א. $(-3, -\frac{43}{2})$ מינימום, $(4, \frac{107}{3})$ מקסימום; ב. עלייה: $-3 < x < 4$; ירידה: $x < -3$ או $x > 4$; ג. $(\frac{1}{2}, \frac{85}{12})$; ד. סקיצה

5. שאלות בגרות קודמות בנושא (186)

הקישורים מובילים לקובץ הבחינה הרשמי במאגר משרד החינוך (או לעותק ציבורי כשהקובץ אינו במאגר) ולסרטון פתרון ביוטיוב. השאלות עצמן אינן מועתקות לחוברת. "ראשי" = הנושא המרכזי של השאלה; "משני" = סעיף או רכיב בשאלה.

שנה	מועד	שאלון	שאלה	סוג	בחינה	סרטון פתרון
2026	קיץ מועד א	571	1	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	קיץ מועד א	571	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	קיץ מועד א	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	קיץ מועד ב	571	1	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	קיץ מועד ב	571	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	קיץ מועד ב	571	7	משני	PDF (רשמי)	—
2026	קיץ מועד ב	571	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	קיץ מועד ב	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	קיץ מועד ב	581	7	משני	PDF (רשמי)	—
2026	חורף	571	6	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2026	חורף	571	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	חורף	581	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	קיץ מועד א	571	1	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	קיץ מועד א	571	6	ראשי	PDF (רשמי)	מתמטיקורס - שיפור בגרו
2025	קיץ מועד א	571	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	קיץ מועד א	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	מתמטיקורס - שיפור בגרו
2025	קיץ מועד א	581	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי

2025	קיץ מועד ב	571	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	קיץ מועד ב	571	7	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2025	קיץ מועד ב	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	קיץ מועד ב	581	7	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2025	חורף	571	1	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	חורף	571	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	חורף	571	7	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2025	חורף	571	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	חורף	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	חורף	581	7	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2025	חורף	581	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	קיץ מועד א	571	1	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	קיץ מועד א	571	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	קיץ מועד א	581	6	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2024	קיץ מועד א	581	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	קיץ מועד ב	571	1	משני	PDF (רשמי)	מתמטיקורס - שיפור בגרו
2024	קיץ מועד ב	571	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	קיץ מועד ב	571	7	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2024	קיץ מועד ב	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	קיץ מועד ב	581	7	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2024	קיץ מועד ב	581	8	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2024	חורף	571	1	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	חורף	571	6	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	חורף	571	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	חורף	571	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	חורף	581	6	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2024	חורף	581	7	משני	PDF (רשמי)	מתמטיקורס - שיפור בגרו
2024	חורף	581	8	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2023	קיץ מועד מיוחד	571	6	משני	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד מיוחד	571	7	משני	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד מיוחד	581	6	משני	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד א	571	1	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד א	571	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד א	571	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד א	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2023	קיץ מועד ב	571	1	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד ב	571	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד ב	571	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי

2023	קיץ מועד ב	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2023	חורף	571	1	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	חורף	571	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	חורף	571	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	חורף	571	8	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2023	חורף	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	חורף	581	7	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2023	חורף	581	8	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2022	קיץ מועד א	571	1	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד א	571	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד א	571	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד א	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	יוניק - המרכז ללימוד מ
2022	קיץ מועד א	581	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד ב	571	1	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד ב	571	6	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד ב	571	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד ב	581	6	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד ב	581	8	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2022	חורף	571	1	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף	571	6	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2022	חורף	571	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף	571	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2022	חורף	581	7	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2022	חורף	581	8	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2022	חורף נבצרים	571	1	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף נבצרים	571	6	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2022	חורף נבצרים	571	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף נבצרים	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2022	חורף נבצרים	581	7	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2021	קיץ מועד מיוחד	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2021	קיץ מועד א	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2021	קיץ מועד א	581	7	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2021	קיץ מועד ב	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2021	קיץ מועד ב	581	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	קיץ מועד ב	571 (ניסוי)	2	ראשי	PDF (עותק)	—
2021	חורף	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	חורף	581	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי

2021	חורף	581	8	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2021	חורף	571 (ניסוי)	6	ראשי	PDF (עותק)	–
2021	חורף	571 (ניסוי)	7	משני	PDF (עותק)	–
2021	חורף מאוחר	581	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	חורף מאוחר	581	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	חורף נבצרים	581	6	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	חורף נבצרים	581	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	חורף נבצרים	581	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2020	קיץ מועד א	581	6	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2020	קיץ מועד א	581	8	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2020	קיץ מועד א	571 (ניסוי)	6	ראשי	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2020	קיץ מועד ב	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2020	קיץ מועד ב	581	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2020	קיץ מועד ב	571 (ניסוי)	6	ראשי	PDF (עותק)	עובד לב ארי
2020	חורף	581	6	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2020	חורף	581	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2019	קיץ מועד א	581	6	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2019	קיץ מועד א	581	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2019	קיץ מועד ב	581	6	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2019	קיץ מועד ב	581	8	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2019	חורף	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2018	קיץ מועד א	581	6	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2018	קיץ מועד א	581	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2018	קיץ מועד ב	581	6	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2018	קיץ מועד ב	581	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2018	חורף	581	6	משני	PDF (רשמי)	HighGrades
2018	חורף	581	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2018	חורף	581	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2018	חורף	806	6	משני	PDF (רשמי)	HighGrades
2018	חורף	806	7	ראשי	PDF (רשמי)	HighGrades
2018	חורף	806	8	משני	PDF (רשמי)	HighGrades
2017	קיץ מועד א	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	פרוייקט ט 2017
2017	קיץ מועד א	581	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2017	קיץ מועד א	806	6	ראשי	PDF (רשמי)	פרוייקט ט 2017
2017	קיץ מועד א	806	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2017	קיץ מועד ב	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2017	קיץ מועד ב	581	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2017	קיץ מועד ב	806	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי

2017	חורף	581	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2017	חורף	581	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2017	חורף	806	6	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2016	קיץ מועד א	581	7	ראשי	PDF (רשמי)	—
2016	קיץ מועד א	581	8	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2016	קיץ מועד א	806	7	ראשי	PDF (רשמי)	—
2016	קיץ מועד א	806	8	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2016	קיץ מועד ב	581	6	משני	PDF (רשמי)	—
2016	קיץ מועד ב	581	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2016	קיץ מועד ב	806	6	משני	PDF (רשמי)	—
2016	קיץ מועד ב	806	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2016	חורף	581	6	משני	PDF (רשמי)	—
2016	חורף	581	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2016	חורף	581	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2016	חורף	806	6	משני	PDF (רשמי)	—
2015	קיץ מועד א	806	6	משני	PDF (רשמי)	—
2015	קיץ מועד א	806	7	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2015	קיץ מועד א	806	8	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2015	קיץ מועד ב	806	6	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2015	קיץ מועד ב	806	7	משני	PDF (רשמי)	HighGrades
2015	קיץ מועד ב	806	8	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2015	חורף	806	7	ראשי	PDF (רשמי)	אלי מיטב
2015	חורף	806	8	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2014	קיץ מועד א	806	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2014	קיץ מועד א	806	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2014	קיץ מועד ב	806	6	ראשי	PDF (רשמי)	—
2014	קיץ מועד ב	806	7	ראשי	PDF (רשמי)	—
2014	קיץ מועד ג	806	8	ראשי	PDF (עותק)	—
2014	חורף	806	7	ראשי	PDF (רשמי)	—
2014	חורף	806	9	ראשי	PDF (רשמי)	—
2013	קיץ מועד א	806	8	משני	PDF (רשמי)	HighGrades
2013	קיץ מועד א	806	9	ראשי	PDF (רשמי)	—
2013	קיץ מועד ב	806	7	משני	PDF (רשמי)	BagrutOnlineil
2013	קיץ מועד ב	806	8	משני	PDF (רשמי)	MY.GEVA - אתר פתרונות
2013	חורף	806	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2012	קיץ מועד א	806	7	ראשי	PDF (רשמי)	—
2012	קיץ מועד ב	806	8	ראשי	PDF (רשמי)	פרוייקט ט 2017
2012	קיץ מועד ב	806	9	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי

2012	חורף	806	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2011	קיץ מועד א	806	7	ראשי	PDF (רשמי)	–
2011	קיץ מועד א	806	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2011	קיץ מועד א	806	9	ראשי	PDF (רשמי)	–
2011	קיץ מועד ב	806	7	משני	PDF (רשמי)	–
2011	קיץ מועד ב	806	8	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2011	קיץ מועד ב	806	9	משני	PDF (רשמי)	HighGrades
2011	חורף	806	7	ראשי	PDF (רשמי)	–
2011	חורף	806	9	ראשי	PDF (רשמי)	–
2010	קיץ מועד א	806	7	ראשי	PDF (רשמי)	HighGrades
2010	קיץ מועד א	806	8	משני	PDF (רשמי)	HighGrades
2010	קיץ מועד א	806	9	ראשי	PDF (רשמי)	HighGrades
2010	קיץ מועד ב	806	7	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2010	קיץ מועד ב	806	8	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2010	קיץ מועד ב	806	9	ראשי	PDF (רשמי)	–
2010	חורף	806	7	משני	PDF (רשמי)	–
2010	חורף	806	9	ראשי	PDF (רשמי)	–

התרגילים בחוברת מקוריים (נוצרו בהשראת סגנון הבגרות ואינם העתקה של שאלות משרד החינוך), וכל תשובה נבדקה אוטומטית ב־sympy. סרטוני הפתרון שייכים ליוצריהם ומקושרים בלבד.