

וקטורים וגאומטריה במרחב

וקטורים וגאומטריה במרחב – הפרק הראשון של השאלון השני.

שאלון 807

שאלון 582

שאלון 572

בחוברת: תקציר תיאוריה ונוסחאות • 3 דוגמאות פתורות • 47 תרגילים מקוריים עם תשובות • 85 שאלות בגרות קודמות בנושא (קישורים).

1. תקציר תיאוריה ונוסחאות

וקטורים

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow$ ניצבות; $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}| \cos \theta = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$
- $|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$. וקטורים בגוף (תיבה, פירמידה): מבטאים כל וקטור כצירוף של וקטורי בסיס.
- חלוקת קטע ביחס $m : n$: $\vec{OP} = \frac{n\vec{OA} + m\vec{OB}}{m+n}$

ישרים ומישורים

- ישר: $\vec{x} = \vec{A} + t\vec{u}$. מישור: $\vec{n} = (a, b, c)$, $ax + by + cz + d = 0$. $\vec{n}$ הוא הנורמל.
- זווית בין ישרים: $\cos \theta = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}||\vec{v}|}$; בין ישר למישור: $\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}||\vec{n}|}$; בין מישורים: $\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1||\vec{n}_2|}$.
- מרחק נקודה ממישור: $\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$.
- מצב הדדי של ישרים: מקבילים, נחתכים או מצטלבים (לא מקבילים ולא נחתכים).

גאומטריה וטריגונומטריה במרחב

- הזווית בין ישר למישור היא הזווית בין הישר להיטלו על המישור.
- אלכסון תיבה: $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. נפח פירמידה: $\frac{1}{3} S_{\text{בסיס}} h$.
- הזווית בין מישורים: בונים בכל מישור אנך לישר החיתוך באותה נקודה.

דוגמה 1 ★★☆☆

נתונים המישור $\pi : x - y + 2z + 1 = 0$ והישר $\ell : \underline{x} = (4, 1, -2) + t(0, 2, 0)$.
 א. מצאו את נקודת החיתוך של הישר עם המישור.
 ב. חשבו את הזווית בין הישר למישור.

פתרון:

- נקודה כללית על הישר: $(4, 2t + 1, -2)$.
- הצבה במשוואת המישור: $t = 0$, נקודת החיתוך $(4, 1, -2)$.
- $\sin \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{u}|}{|\vec{n}| |\vec{u}|} = \frac{\sqrt{6}}{6}$, לכן $\alpha \approx 24.09^\circ$.

תשובה: א. $(4, 1, -2)$; ב. $\approx 24.09^\circ$

דוגמה 2 ★★☆☆

נתונים המישורים $\pi_1 : 2x + y + z = 0$ ו- $\pi_2 : -2x + 3y + 2z + 5 = 0$.
 א. חשבו את הזווית בין המישורים.
 ב. מצאו הצגה פרמטרית של ישר החיתוך שלהם.

פתרון:

- $\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{102}}{102}$, $\alpha \approx 84.32^\circ$.
 - וקטור כיוון של ישר החיתוך ניצב לשני הנורמלים: $(-1, -6, 8)$.
 - נקודה משותפת: $(\frac{5}{8}, -\frac{5}{4}, 0)$.
- תשובה:** א. $\approx 84.32^\circ$; ב. $\underline{x} = (\frac{5}{8}, -\frac{5}{4}, 0) + t(-1, -6, 8)$ (או כל הצגה שקולה)

דוגמה 3 ★★☆☆

נתונות הנקודות $A(0, -1, -3)$, $B(3, -3, 3)$, $C(1, 1, 2)$.
 א. מצאו את משוואת המישור ABC .
 ב. חשבו את מרחק הנקודה $S(0, -2, -2)$ מהמישור.

פתרון:

- $\vec{AC} = (1, 2, 5)$, $\vec{AB} = (3, -2, 6)$.
 - נורמל ניצב לשניהם: $\vec{n} = (-22, -9, 8)$.
 - משוואה: $-22x - 9y + 8z + 15 = 0$.
 - $d = \frac{|17|}{\sqrt{629}} = \frac{\sqrt{629}}{37}$.
- תשובה:** א. $-22x - 9y + 8z + 15 = 0$; ב. $\frac{\sqrt{629}}{37}$

3. תרגילים

רמת קושי: ★ בסיסי • ★★ בינוני • ★★★ מתקדם. התשובות הסופיות בסוף החוברת; פתרון מלא ורמזים לכל תרגיל זמינים באתר.

תרגיל 1 ★★★ (T13-004)

נתונה קובייה $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ שאורך מקצועה 6. חשבו את הזווית בין האלכסון AC_1 למקצוע AB .

תרגיל 2 ★★★ (T13-005)

נתונה הפירמידה המשולשת $OABC$ שבה $O(0, 0, 0)$, $A(5, 0, 0)$, $B(0, 4, 0)$, $C(0, 0, 4)$.
א. חשבו את נפח הפירמידה.
ב. חשבו את שטח המשולש ABC .
ג. חשבו את מרחק הנקודה O מהמישור ABC .

תרגיל 3 ★★★ (T13-006)

נתונים המישור $\pi: x - y + z - 5 = 0$ והישר $\ell: \underline{x} = (-4, -2, -4) + t(-2, -3, -3)$.
א. מצאו את נקודת החיתוך של הישר עם המישור.
ב. חשבו את הזווית בין הישר למישור.

תרגיל 4 ★★★ (T13-007)

נתונות הנקודות $A(-3, 3, -3)$, $B(-1, -3, 1)$, $C(-1, 2, -1)$.
א. מצאו את משוואת המישור ABC .
ב. חשבו את מרחק הנקודה $S(0, -1, -4)$ מהמישור.

תרגיל 5 ★★★ (T13-008)

נתונים המישורים $\pi_1: -x - y + 2z - 1 = 0$ ו- $\pi_2: -2x + 3z + 4 = 0$.
א. חשבו את הזווית בין המישורים.
ב. מצאו הצגה פרמטרית של ישר החיתוך שלהם.

תרגיל 6 ★★★ (T13-009)

נתונה קובייה $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ שאורך מקצועה 4. חשבו את הזווית בין האלכסון AC_1 למקצוע AB .

תרגיל 7 ★★★ (T13-010)

נתונה הפירמידה המשולשת $OABC$ שבה $O(0, 0, 0)$, $A(5, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$, $C(0, 0, 4)$.
א. חשבו את נפח הפירמידה.
ב. חשבו את שטח המשולש ABC .
ג. חשבו את מרחק הנקודה O מהמישור ABC .

תרגיל 8 ★★★ (T13-011)

נתונות הנקודות $A(0, -1, 1)$, $B(-1, -3, 3)$, $C(-3, 1, -2)$.
א. מצאו את משוואת המישור ABC .
ב. חשבו את מרחק הנקודה $S(-4, 2, -1)$ מהמישור.

תרגיל 9 ★★☆☆ (T13-012)

נתונים המישורים $\pi_1 : x + 2y + z + 2 = 0$ ו- $\pi_2 : 3x - y - z + 5 = 0$.
 א. חשבו את הזווית בין המישורים.
 ב. מצאו הצגה פרמטרית של ישר החיתוך שלהם.

תרגיל 10 ★★☆☆ (T13-013)

נתונה קובייה $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ שאורך מקצועה 2. חשבו את הזווית בין האלכסון AC_1 למקצוע AB .

תרגיל 11 ★★☆☆ (T13-014)

נתונה הפירמידה המשולשת $OABC$ שבה $O(0, 0, 0)$, $A(4, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 6)$.
 א. חשבו את נפח הפירמידה.
 ב. חשבו את שטח המשולש ABC .
 ג. חשבו את מרחק הנקודה O מהמישור ABC .

תרגיל 12 ★★☆☆ (T13-015)

נתונות הנקודות $A(1, 1, 2)$, $B(3, 1, -1)$, $C(-3, -1, -3)$.
 א. מצאו את משוואת המישור ABC .
 ב. חשבו את מרחק הנקודה $S(0, 1, 4)$ מהמישור.

תרגיל 13 ★★☆☆ (T13-016)

נתונים המישורים $\pi_1 : 2x + 2y - z - 5 = 0$ ו- $\pi_2 : 2x - 2y - 4 = 0$.
 א. חשבו את הזווית בין המישורים.
 ב. מצאו הצגה פרמטרית של ישר החיתוך שלהם.

תרגיל 14 ★★☆☆ (T13-017)

נתונה הפירמידה המשולשת $OABC$ שבה $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 6)$.
 א. חשבו את נפח הפירמידה.
 ב. חשבו את שטח המשולש ABC .
 ג. חשבו את מרחק הנקודה O מהמישור ABC .

תרגיל 15 ★★☆☆ (T13-018)

נתונים המישור $\pi : -x + y - 3z + 12 = 0$ והישר $\ell : \underline{x} = (4, 1, -4) + t(1, -2, -3)$.
 א. מצאו את נקודת החיתוך של הישר עם המישור.
 ב. חשבו את הזווית בין הישר למישור.

תרגיל 16 ★★☆☆ (T13-019)

נתונות הנקודות $A(-2, 2, 3)$, $B(0, 3, -1)$, $C(2, -1, -2)$.
 א. מצאו את משוואת המישור ABC .
 ב. חשבו את מרחק הנקודה $S(2, -2, 3)$ מהמישור.

תרגיל 17 ★★☆☆ (T13-020)

נתונים המישורים $\pi_1 : -2x - y + 2z - 2 = 0$ ו- $\pi_2 : 2y + z - 2 = 0$.
 א. חשבו את הזווית בין המישורים.
 ב. מצאו הצגה פרמטרית של ישר החיתוך שלהם.

תרגיל 18 ★★☆☆ (T13-021)

בקובייה $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ שאורך מקצועה 4, הנקודה M היא אמצע המקצוע $B_1 C_1$.
 א. חשבו את AM .
 ב. חשבו את הזווית בין AM לבסיס $ABCD$.

תרגיל 19 ★★☆☆ (T13-022)

נתונה הפירמידה המשולשת $OABC$ שבה $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, 5)$.
 א. חשבו את נפח הפירמידה.
 ב. חשבו את שטח המשולש ABC .
 ג. חשבו את מרחק הנקודה O מהמישור ABC .

תרגיל 20 ★★☆☆ (T13-023)

נתונים המישור $\pi : 3x - 2y - 3z - 4 = 0$ והישר $\ell : \underline{x} = (2, -2, 2) + t(-2, 0, 3)$.
 א. מצאו את נקודת החיתוך של הישר עם המישור.
 ב. חשבו את הזווית בין הישר למישור.

תרגיל 21 ★★☆☆ (T13-024)

נתונות הנקודות $A(0, 3, -1)$, $B(-1, -2, -3)$, $C(0, 2, 1)$.
 א. מצאו את משוואת המישור ABC .
 ב. חשבו את מרחק הנקודה $S(4, -4, 4)$ מהמישור.

תרגיל 22 ★★☆☆ (T13-025)

נתונים המישורים $\pi_1 : 2x - 2y + 3 = 0$ ו- $\pi_2 : x + 3z + 4 = 0$.
 א. חשבו את הזווית בין המישורים.
 ב. מצאו הצגה פרמטרית של ישר החיתוך שלהם.

תרגיל 23 ★★☆☆ (T13-026)

בקובייה $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ שאורך מקצועה 2, הנקודה M היא אמצע המקצוע $B_1 C_1$.
 א. חשבו את AM .
 ב. חשבו את הזווית בין AM לבסיס $ABCD$.

תרגיל 24 ★★☆☆ (T13-027)

נתונים המישור $\pi : -x + y + 2z - 7 = 0$ והישר $\ell : \underline{x} = (1, -1, -2) + t(0, -2, 3)$.
 א. מצאו את נקודת החיתוך של הישר עם המישור.
 ב. חשבו את הזווית בין הישר למישור.

תרגיל 25 ★★☆☆ (T13-028)

נתונות הנקודות $A(2, -2, 3)$, $B(-3, -3, -1)$, $C(1, 0, 3)$.
 א. מצאו את משוואת המישור ABC .
 ב. חשבו את מרחק הנקודה $S(0, 3, 3)$ מהמישור.

תרגיל 26 ★★☆☆ (T13-029)

נתונים המישורים $\pi_1 : 3x + 3y + 2z + 1 = 0$ ו- $\pi_2 : y - 2z - 2 = 0$.
 א. חשבו את הזווית בין המישורים.
 ב. מצאו הצגה פרמטרית של ישר החיתוך שלהם.

תרגיל 27 ★★☆☆ (T13-030)

נתונה קובייה $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ שאורך מקצועה 6.
 א. חשבו את אורך אלכסון הקובייה AC_1 .
 ב. חשבו את הזווית בין האלכסון AC_1 לבסיס $ABCD$.

תרגיל 28 ★★☆☆ (T13-031)

נתונה הפירמידה המשולשת $OABC$ שבה $O(0, 0, 0)$, $A(4, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, 6)$.
 א. חשבו את נפח הפירמידה.
 ב. חשבו את שטח המשולש ABC .
 ג. חשבו את מרחק הנקודה O מהמישור ABC .

תרגיל 29 ★★☆☆ (T13-032)

נתונים המישור $\pi : x + 2 = 0$ והישר $\ell : \underline{x} = (-2, -1, -4) + t(-3, 1, 2)$.
 א. מצאו את נקודת החיתוך של הישר עם המישור.
 ב. חשבו את הזווית בין הישר למישור.

תרגיל 30 ★★☆☆ (T13-033)

נתונות הנקודות $A(-3, 2, 0)$, $B(-1, 3, 0)$, $C(1, 3, 2)$.
 א. מצאו את משוואת המישור ABC .
 ב. חשבו את מרחק הנקודה $S(-3, -1, 2)$ מהמישור.

תרגיל 31 ★★☆☆ (T13-034)

נתונים המישורים $\pi_1 : x + y - z + 1 = 0$ ו- $\pi_2 : x - z - 3 = 0$.
 א. חשבו את הזווית בין המישורים.
 ב. מצאו הצגה פרמטרית של ישר החיתוך שלהם.

תרגיל 32 ★★☆☆ (T13-035)

נתונה הפירמידה המשולשת $OABC$ שבה $O(0, 0, 0)$, $A(5, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$, $C(0, 0, 5)$.
 א. חשבו את נפח הפירמידה.
 ב. חשבו את שטח המשולש ABC .
 ג. חשבו את מרחק הנקודה O מהמישור ABC .

תרגיל 33 ★★☆☆ (T13-036)

נתונים המישור $\pi: -3y - z - 3 = 0$ והישר $\ell: \underline{x} = (-4, 2, -3) + t(3, -3, 1)$.
 א. מצאו את נקודת החיתוך של הישר עם המישור.
 ב. חשבו את הזווית בין הישר למישור.

תרגיל 34 ★★☆☆ (T13-037)

נתונות הנקודות $A(1, 1, 0)$, $B(2, -3, 0)$, $C(2, -1, -2)$.
 א. מצאו את משוואת המישור ABC .
 ב. חשבו את מרחק הנקודה $S(-4, 3, 4)$ מהמישור.

תרגיל 35 ★★☆☆ (T13-038)

נתונים המישורים $\pi_1: 3x + y + z - 4 = 0$ ו- $\pi_2: 2y + 3z + 2 = 0$.
 א. חשבו את הזווית בין המישורים.
 ב. מצאו הצגה פרמטרית של ישר החיתוך שלהם.

תרגיל 36 ★★☆☆ (T13-039)

נתונה הפירמידה המשולשת $OABC$ שבה $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 5)$.
 א. חשבו את נפח הפירמידה.
 ב. חשבו את שטח המשולש ABC .
 ג. חשבו את מרחק הנקודה O מהמישור ABC .

תרגיל 37 ★★☆☆ (T13-040)

נתונים המישור $\pi: -x + y - z + 3 = 0$ והישר $\ell: \underline{x} = (2, 2, -1) + t(-3, 3, -1)$.
 א. מצאו את נקודת החיתוך של הישר עם המישור.
 ב. חשבו את הזווית בין הישר למישור.

תרגיל 38 ★★☆☆ (T13-041)

נתונות הנקודות $A(0, 0, -1)$, $B(-1, 3, 2)$, $C(3, 3, 2)$.
 א. מצאו את משוואת המישור ABC .
 ב. חשבו את מרחק הנקודה $S(3, 3, -1)$ מהמישור.

תרגיל 39 ★★☆☆ (T13-042)

נתונים המישורים $\pi_1: 2x - 2 = 0$ ו- $\pi_2: 3x + y + 3z - 1 = 0$.
 א. חשבו את הזווית בין המישורים.
 ב. מצאו הצגה פרמטרית של ישר החיתוך שלהם.

תרגיל 40 ★★☆☆ (T13-043)

בקובייה $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ שאורך מקצועה 6, הנקודה M היא אמצע המקצוע $B_1 C_1$.
 א. חשבו את AM .
 ב. חשבו את הזווית בין AM לבסיס $ABCD$.

תרגיל 41 ★★☆☆ (T13-044)

נתונה הפירמידה המשולשת $OABC$ שבה $O(0,0,0)$, $A(2,0,0)$, $B(0,3,0)$, $C(0,0,5)$.
 א. חשבו את נפח הפירמידה.
 ב. חשבו את שטח המשולש ABC .
 ג. חשבו את מרחק הנקודה O מהמישור ABC .

תרגיל 42 ★★☆☆ (T13-045)

נתונים המישור $\pi: x + 3y + z + 6 = 0$ והישר $\ell: \underline{x} = (3, -4, -2) + t(-1, 0, -2)$.
 א. מצאו את נקודת החיתוך של הישר עם המישור.
 ב. חשבו את הזווית בין הישר למישור.

תרגיל 43 ★★☆☆ (T13-046)

נתונות הנקודות $C(0, -2, 2)$, $B(-1, 0, 3)$, $A(1, -1, 0)$.
 א. מצאו את משוואת המישור ABC .
 ב. חשבו את מרחק הנקודה $S(2, 4, 3)$ מהמישור.

תרגיל 44 ★★☆☆ (T13-047)

נתונים המישורים $\pi_1: 3x + 3y + 2z - 1 = 0$ ו- $\pi_2: -2x - 2y + 2z = 0$.
 א. חשבו את הזווית בין המישורים.
 ב. מצאו הצגה פרמטרית של ישר החיתוך שלהם.

תרגיל 45 ★★☆☆ (T13-048)

נתונה הפירמידה המשולשת $OABC$ שבה $O(0,0,0)$, $A(2,0,0)$, $B(0,2,0)$, $C(0,0,2)$.
 א. חשבו את נפח הפירמידה.
 ב. חשבו את שטח המשולש ABC .
 ג. חשבו את מרחק הנקודה O מהמישור ABC .

תרגיל 46 ★★☆☆ (T13-049)

נתונים המישור $\pi: -2x + 3z + 5 = 0$ והישר $\ell: \underline{x} = (4, 3, 0) + t(-1, -2, -3)$.
 א. מצאו את נקודת החיתוך של הישר עם המישור.
 ב. חשבו את הזווית בין הישר למישור.

תרגיל 47 ★★☆☆ (T13-050)

נתונות הנקודות $C(1, 2, 1)$, $B(-2, 0, 3)$, $A(3, 2, -1)$.
 א. מצאו את משוואת המישור ABC .
 ב. חשבו את מרחק הנקודה $S(-1, 4, -3)$ מהמישור.

4. תשובות סופיות לתרגילים

1. $\approx 54.74^\circ$ 2. א. $\frac{40}{3}$; ב. $2\sqrt{66}$; ג. $\frac{10\sqrt{66}}{33}$

- 3.** א. $(7, \frac{29}{2}, \frac{25}{2})$; ב. $\approx 14.25^\circ$
- 4.** א. $-4x + 2y + 5z - 3 = 0$; ב. $\frac{5\sqrt{5}}{3}$
- 5.** א. $\approx 25.07^\circ$; ב. $\underline{x} = (2, -3, 0) + t(-3, -1, -2)$ (או כל הצגה שקולה)
- 6.** $\approx 54.74^\circ$
- 7.** א. 10 ; ב. $\frac{\sqrt{769}}{2}$; ג. $\frac{60\sqrt{769}}{769}$
- 8.** א. $2x - 9y - 8z - 1 = 0$; ב. $\frac{19\sqrt{149}}{149}$
- 9.** א. $\approx 90^\circ$; ב. $\underline{x} = (-\frac{12}{7}, -\frac{1}{7}, 0) + t(-1, 4, -7)$ (או כל הצגה שקולה)
- 10.** $\approx 54.74^\circ$
- 11.** א. 4 ; ב. $\sqrt{157}$; ג. $\frac{12\sqrt{157}}{157}$
- 12.** א. $-3x + 11y - 2z - 4 = 0$; ב. $\frac{\sqrt{134}}{134}$
- 13.** א. $\approx 90^\circ$; ב. $\underline{x} = (\frac{9}{4}, \frac{1}{4}, 0) + t(-2, -2, -8)$ (או כל הצגה שקולה)
- 14.** א. 1 ; ב. $\frac{\sqrt{73}}{2}$; ג. $\frac{6\sqrt{73}}{73}$
- 15.** א. $(\frac{1}{2}, 8, \frac{13}{2})$; ב. $\approx 28.91^\circ$
- 16.** א. $-17x - 6y - 10z + 8 = 0$; ב. $\frac{44\sqrt{17}}{85}$
- 17.** א. $\approx 90^\circ$; ב. $\underline{x} = (-\frac{3}{2}, 1, 0) + t(-5, 2, -4)$ (או כל הצגה שקולה)
- 18.** א. $AM = 6$; ב. $\approx 41.81^\circ$
- 19.** א. $\frac{5}{3}$; ב. $\frac{\sqrt{129}}{2}$; ג. $\frac{10\sqrt{129}}{129}$
- 20.** א. $(2, -2, 2)$; ב. $\approx 62.49^\circ$
- 21.** א. $-12x + 2y + z - 5 = 0$; ב. $\frac{57\sqrt{149}}{149}$
- 22.** א. $\approx 77.08^\circ$; ב. $\underline{x} = (-4, -\frac{5}{2}, 0) + t(-6, -6, 2)$ (או כל הצגה שקולה)
- 23.** א. $AM = 3$; ב. $\approx 41.81^\circ$
- 24.** א. $(1, -\frac{15}{2}, \frac{31}{4})$; ב. $\approx 26.93^\circ$
- 25.** א. $8x + 4y - 11z + 25 = 0$; ב. $\frac{4\sqrt{201}}{201}$
- 26.** א. $\approx 84.53^\circ$; ב. $\underline{x} = (-\frac{7}{3}, 2, 0) + t(-8, 6, 3)$ (או כל הצגה שקולה)
- 27.** א. $AC_1 = 6\sqrt{3}$; ב. $\approx 35.26^\circ$
- 28.** א. 8 ; ב. 14 ; ג. $\frac{12}{7}$
- 29.** א. $(-2, -1, -4)$; ב. $\approx 53.3^\circ$
- 30.** א. $x - 2y - z + 7 = 0$; ב. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$
- 31.** א. $\approx 35.26^\circ$; ב. $\underline{x} = (3, -4, 0) + t(-1, 0, -1)$ (או כל הצגה שקולה)
- 32.** א. $\frac{25}{2}$; ב. $\frac{5\sqrt{43}}{2}$; ג. $\frac{15\sqrt{43}}{43}$
- 33.** א. $(-\frac{7}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{9}{4})$; ב. $\approx 35.48^\circ$
- 34.** א. $4x + y + z - 5 = 0$; ב. $\frac{7\sqrt{2}}{3}$
- 35.** א. $\approx 65.28^\circ$; ב. $\underline{x} = (\frac{5}{3}, -1, 0) + t(1, -9, 6)$ (או כל הצגה שקולה)
- 36.** א. $\frac{5}{6}$; ב. $\frac{\sqrt{51}}{2}$; ג. $\frac{5\sqrt{51}}{51}$
- 37.** א. $(\frac{26}{7}, \frac{2}{7}, -\frac{3}{7})$; ב. $\approx 68^\circ$
- 38.** א. $y - z - 1 = 0$; ב. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- 39.** א. $\approx 46.51^\circ$; ב. $\underline{x} = (1, -2, 0) + t(0, -6, 2)$ (או כל הצגה שקולה)
- 40.** א. $AM = 9$; ב. $\approx 41.81^\circ$
- 41.** א. 5 ; ב. $\frac{19}{2}$; ג. $\frac{30}{19}$
- 42.** א. $(\frac{14}{3}, -4, \frac{4}{3})$; ב. $\approx 23.86^\circ$
- 43.** א. $5x + y + 3z - 4 = 0$; ב. $\frac{19\sqrt{35}}{35}$

44. א. $60.5^\circ \approx$ ב. $\vec{x} = (0, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}) + t(10, -10, 0)$ (או כל הצגה שקולה)

45. א. $\frac{4}{3}$; ב. $2\sqrt{3}$; ג. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

46. א. $(\frac{31}{7}, \frac{27}{7}, \frac{9}{7})$; ב. $31.26^\circ \approx$

47. א. $-2x + y - 2z + 2 = 0$; ב. $\frac{14}{3}$

5. שאלות בגרות קודמות בנושא (85)

הקישורים מובילים לקובץ הבחינה הרשמי במאגר משרד החינוך (או לעותק ציבורי כשהקובץ אינו במאגר) ולסרטון פתרון ביוטיוב. השאלות עצמן אינן מועתקות לחוברת. "ראשי" = הנושא המרכזי של השאלה; "משני" = סעיף או רכיב בשאלה.

שנה	מועד	שאלון	שאלה	סוג	בחינה	סרטון פתרון
2026	קיץ מועד א	572	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	קיץ מועד א	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2026	קיץ מועד ב	572	2	ראשי	PDF (רשמי)	—
2026	קיץ מועד ב	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	—
2026	חורף	572	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2026	חורף	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2025	קיץ מועד א	572	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	קיץ מועד א	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	קיץ מועד ב	572	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2025	קיץ מועד ב	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2025	חורף	572	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2025	חורף	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2024	קיץ מועד א	572	2	ראשי	PDF (רשמי)	Racheli Yanchuk רחלי
2024	קיץ מועד א	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	Racheli Yanchuk רחלי
2024	קיץ מועד ב	572	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	קיץ מועד ב	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2024	חורף	572	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2024	חורף	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2023	קיץ מועד מיוחד	572	2	ראשי	PDF (עותק)	יצחק אודסר
2023	קיץ מועד מיוחד	582	2	ראשי	PDF (עותק)	יצחק אודסר
2023	קיץ מועד א	572	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד א	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד ב	572	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	קיץ מועד ב	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	חורף	572	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2023	חורף	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד א	572	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד א	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	קיץ מועד ב	572	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי

2022	קיץ מועד ב	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף	572	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף נבצרים	572	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2022	חורף נבצרים	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	קיץ מועד מיוחד	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	קיץ מועד א	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	קיץ מועד ב	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	חורף	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	חורף מאוחר	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2021	חורף נבצרים	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2020	קיץ מועד א	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2020	קיץ מועד ב	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2020	חורף	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2019	קיץ מועד א	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2019	קיץ מועד ב	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2019	חורף	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2018	קיץ מועד א	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2018	קיץ מועד ב	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2018	חורף	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2018	חורף	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	HighGrades
2017	קיץ מועד א	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2017	קיץ מועד א	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2017	קיץ מועד ב	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2017	קיץ מועד ב	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2017	חורף	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2017	חורף	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2016	קיץ מועד א	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	—
2016	קיץ מועד א	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	—
2016	קיץ מועד ב	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2016	קיץ מועד ב	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2016	חורף	582	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2016	חורף	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2015	קיץ מועד א	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	HighGrades
2015	קיץ מועד ב	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2015	חורף	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2014	קיץ מועד א	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2014	קיץ מועד ב	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר

2014	קיץ מועד ג	807	2	ראשי	PDF (עותק)	יצחק אודסר
2014	חורף	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2013	קיץ מועד א	807	3	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2013	קיץ מועד ב	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2013	קיץ מועד ב	807	3	ראשי	PDF (רשמי)	–
2013	חורף	807	1	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2013	חורף	807	3	ראשי	PDF (רשמי)	HighGrades
2012	קיץ מועד א	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	HighGrades
2012	קיץ מועד ב	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2012	קיץ מועד ב	807	3	משני	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2012	חורף	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2011	קיץ מועד א	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2011	קיץ מועד ב	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	–
2011	חורף	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	HighGrades
2010	קיץ מועד א	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	HighGrades
2010	קיץ מועד ב	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	יצחק אודסר
2010	חורף	807	2	ראשי	PDF (רשמי)	עובד לב ארי
2010	חורף	807	3	משני	PDF (רשמי)	עובד לב ארי

התרגילים בחוברת מקוריים (נוצרו בהשראת סגנון הבגרות ואינם העתקה של שאלות משרד החינוך), וכל תשובה נבדקה אוטומטית ב-sympy. סרטוני הפתרון שייכים ליוצריהם ומקושרים בלבד.